# Aufgabenwettbewerb der CRS – Herbst/Winter 2023

*Die NaWi-AG Mathe/Physik hat in diesem Schuljahr für die Unterstufe, Mittelstufe und Oberstufe Aufgabenkomplexe zusammengestellt. Interessierte können Ihre Lösungen bei Herrn Schade oder Herrn Knappe-Gaidies einreichen.*

*Die Abgabefrist endet am 15.12.2023 – Viel Spaß beim Knobeln.*

## Unterstufe

**Nr. 1**

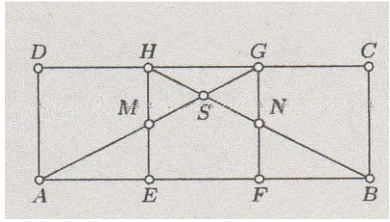
Eine Strecke von 168 m Länge wurde in drei Teile geteilt. Die zweite Teilstrecke war dreimal so groß wie die erste, dagegen betrug die dritte Teilstrecke das Vierfache der ersten Teilstrecke.

Berechne die Längen der einzelnen Teilstrecken!

**Nr. 2**

Die abgebildete Figur ABCD stellt ein Rechteck dar, das sich aus den drei gleichgroßen Quadraten AEHD, EFGH und FBCG zusammensetzt. Die Strecke AG schneidet die Strecke EH im Mittelpunkt M, die Strecke BH schneidet die Strecke FG in deren Mittelpunkt N.

Der Flächeninhalt des Rechteckes ABCD beträgt 48m².




a) Berechne den Flächeninhalt des Dreieckes SGH.
b) Berechne den Flächeninhalt des Dreieckes ABS.
c) Berechne den Flächeninhalt des Viereckes ASHD.

**Nr. 3**

Eine sechsstellige natürliche Zahl soll, in der Reihenfolge von links nach rechts gelesen, Ziffern 3, a, 3, b, 2, c haben. Ermittle alle Möglichkeiten, die Ziffern a, b, c so zu wählen, dass die genannte Zahl durch 90 teilbar ist!

## Mittelstufe

**Nr. 1**

Ermittle die Anzahl aller derjenigen natürlichen Zahlen von 1 bis 1984, die durch 5, aber nicht durch 7 und nicht durch 11 teilbar sind!

**Nr. 2**

Ist ABCD ein Rechteck, für dessen Seitenlängen b = AD = 6 cm und a = AB > b gilt, so seien E, G diejenigen Punkte auf CD und FH diejenigen Punkte auf AB, für die AFED und HBCG jeweils Quadrate sind.

Beweisen Sie bei diesen Bezeichnungen, dass es genau eine Seitenlänge a gibt, für die EH ⊥ AC gilt, und ermitteln Sie diese Seitenlänge!

**Nr. 3**

Ermitteln Sie alle diejenigen geordneten Zahlenpaare (g; r) aus einer ganzen Zahl g und einer reellen Zahl r, die die Gleichung erfüllen:

$$\frac{3}{3r^2+1} = g$$

## Oberstufe

**Nr. 1**

Man ermittele alle diejenigen reellen Zahlen a, für die die Gleichung

$$3x^2 + ax - 2 = 0$$

zwei reelle Lösungen besitzt, die, wenn man sie in geeignet gewählter Reihenfolge mit $x_1$ und $x_2$ bezeichnet, der Bedingung:

$$6x_1 + x_2 = 0$$

genügen.

**Nr. 2**

Man beweise für jedes Dreieck ABC:

Bezeichnen wir wie üblich b,c, $h_a$ die Längen der Seiten AC, AB und der auf BC senkrechten Höhe auf BC und $\alpha$ sei die Größe des Winkels im Eckpunkt A, dann gilt

$$h_a \leq \sqrt{bc} \cdot \cos(\frac{\alpha}{2})$$

Man ermittle alle diejenigen Dreiecke ABC, bei denen nur das Gleichheitszeichen gilt.

**Nr. 3**

Es seien u und v zwei ungerade natürliche Zahlen, für die gilt: u > v.

Man beweise, dass dann:

$$x = u \cdot v;\ y = \frac{u^2 - v^2}{x} \text{ und } z = \frac{u^2+v^2}{2}$$

drei natürliche Zahlen sind, für die gilt: $x^2 + y^2 = z^2$, d.h. dass $(x, y, z)$ ein pythagoreisches Zahlentripel sind.